Ολογραφικές Ατέλειες και Εφαρμογές

Γεώργιος Λιναρδόπουλος

Ινστιτούτο Πυρηνικής & Σωματιδιακής Φυσικής
Εθνικό Κέντρο Έρευνας Φυσικών Επιστημών «Δημόκριτος»

ΙΠΣΦ, ΕΚΕΦΕ «Δημόκριτος»
Αθήνα, 15 Οκτωβρίου 2019

Πλάνο ομιλίας

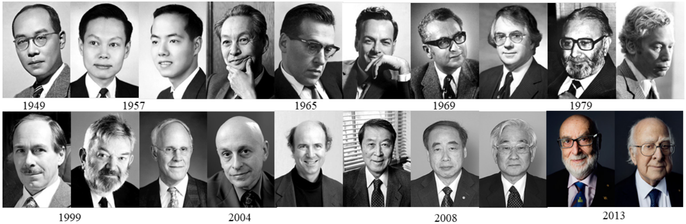
1. Ολογραφικές ατέλειες
   - Εισαγωγή
   - Η ολογραφική αρχή
   - Η ολογραφική αρχή με ατέλειες
2. Εφαρμογές
   - Σύμμορφο bootstrap
   - Ισχυρή σύζευξη
   - Κβαντικά φαινόμενα απόσβεσης (quenches)
   - Τοπολογικά υλικά

Ενότητα 1

Ολογραφικές ατέλειες

Κβαντική θεωρία πεδίου

- Το $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ Καθιερωμένο Πρότυπο των στοιχειωδών σωματιδίων είναι το επιστέγασμα της προσπάθειας ενοποίησης της Ειδικής Σχετικότητας με την Κβαντομηχανική... Κβαντική Θεωρία Πεδίου...
- Το ΚΠ παρέχει το ενοποιητικό πλαίσιο για 3 θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις (ισχυρή, ηλεκτρασθενής)...
- Επιβεβαιώθηκε εντυπωσιακά... πιο πρόσφατη ανακάλυψη αυτή του μποζονίου BEH από τον LHC (2012)...
- Περισσότερα από 15 βραβεία Νόμπελ από το 1950...



- Το μοντέλο περιέχει 19 ελεύθερες παραμέτρους (10 μάζες, 3 σταθερές σύζευξης, 5 γωνίες, Higgs vev)... Σωμάτια: κουάρκ & αντικουάρκ, λεπτόνια & αντιλεπτόνια, μποζόνια βαθμίδας & Higgs...
- Τι καθορίζει τις ελεύθερες παραμέτρους; Σε τι οφείλεται αυτή η συγκεκριμένη οργάνωση πεδίων βαθμίδας και πολυπλετών;

Γενική θεωρία σχετικότητας

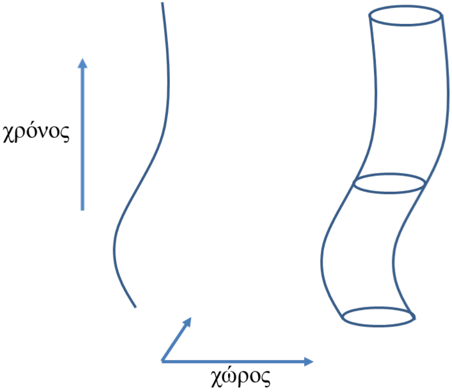
- Ο έτερος κύριος πυλώνας της θεωρητικής φυσικής είναι η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας...
- Παρά το όνομα, η ΓΘΣ είναι στην πραγματικότητα μια θεωρία για τη βαρυτική δύναμη...
- Και πάλι, μια σειρά από εντυπωσιακές επιβεβαιώσεις... με πιο πρόσφατη την ανακάλυψη των βαρυτικών κυμάτων από το LIGO (2016)...
- Βραβεία Νόμπελ...

1993 2011 2017

- Η κλασική θεωρία καταρρέει κοντά στις (unresolvable) ιδιομορφίες...
- Η προσπάθεια συνδυασμού βαρύτητας και κβαντικής μηχανικής (Κβαντική Βαρύτητα) οδηγεί σε μη επανακανονικοποιήσιμη ΚΘΠ...
- Προβλήματα φυσικότητας & ιεραρχίας: π.χ. γιατί η ασθενής δύναμη είναι πολύ ισχυρότερη της βαρυτικής;

Θεωρία χορδών

- Πολλές και ενδιαφέρουσες ιδέες έχουν προταθεί για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων... Για παράδειγμα: • GUTs... • χωρόχρονοι περισσοτέρων διαστάσεων (μηχανισμός Kaluza-Klein)... • υπερσυμμετρία...
- Η θεωρία χορδών συνδυάζει τις παραπάνω ιδέες σε μια πρόταση που επιλύει το πρόβλημα των ιδιομορφιών...



- Η ιδέα είναι απλή: απλώνει τα σημειακά σωμάτια στο χώρο σχηματίζοντας χορδές!

Θεωρία χορδών

Βασικά χαρακτηριστικά της θεωρίας χορδών:

- Η θεωρία χορδών περιέχει μια άμαζη κατάσταση με σπίν-2 (βαρυτόνιο) της οποίας οι αλληλεπιδράσεις είναι αυτές που προβλέπονται από τη ΓΘΣ.
- Κβαντική θεωρία βαρύτητας χωρίς αποκλίσεις!
- Μεγάλη ενοποίηση: οι ομάδες της θεωρίας χορδών είναι αρκετά μεγάλες ώστε να περιλαμβάνουν το ΚΠ.
- Επιπλέον διαστάσεις: συνήθως 4 μεγάλες και 6 μικρές συμπαγείς διαστάσεις.
- Υπερσυμμετρία: αυθόρμητα σπασμένη ή όχι...
- Οι χειραλικές βαθμωτές συζεύξεις επιτρέπονται στα πλαίσια της θεωρίας χορδών.
- Καμία ελεύθερη παράμετρος!
- Μοναδικότητα: καμία ελευθερία στην επιλογή ομάδας βαθμίδας & αναπαραστάσεων
- Αντίθετα: ακόμα καμία πειραματική ένδειξη... η φαινομενολογία της θεωρίας χορδών σε πρώιμο στάδιο...

Θεωρία χορδών και ολογραφία

- Η θεωρία χορδών έκανε την εμφάνισή της στα τέλη της δεκαετίας του 1960 ως ένα μοντέλο για τα αδρόνια και την ισχυρή αλληλεπίδραση.
- Ωστόσο περί τα μέσα της δεκαετίας του 1970, έγινε αντιληπτό ότι η Κβαντική Χρωμοδυναμική είναι αυτή που παρέχει την πλήρη περιγραφή των αδρονίων και της ισχυρής αλληλεπίδρασης…
- …αλλά και ότι η θεωρία χορδών περιέχει το βαρυτόνιο όπως προαναφέρθηκε…
- Χάρη στην πρωτοποριακή δουλειά του Maldacena(1997) γνωρίζουμε σήμερα ότι η παραπάνω εικόνα κάθε άλλο παρά τυχαία είναι…
- Συγκεκριμένα γνωρίζουμε ότι οι θεωρίες χορδών (κατάλληλα διατυπωμένες σε χωροχρόνους με αρνητική καμπυλότητα) είναι ολογραφικές…
- …που σημαίνει ότι μπορούν να περιγράψουν ταυτόχρονα βαρύτητα και θεωρίες βαθμίδας!
- Η ολογραφική αρχή ('t Hooft, 1993 & Susskind, 1994) διατυπώνεται ως εξής:

$$\boxed{\text{Θεωρία κβαντικής βαρύτητας} \cong \begin{array}{c}\text{Θεωρία χωρίς βαρύτητα στο σύνορο}\\ \text{του χωροχρόνου}\end{array}}$$

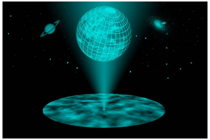
και καθορίζει το ανώτατο αριθμό κβαντικών καταστάσεων σε μια περιοχή του χωροχρόνου όπου δρα η βαρύτητα τροποποιώντας μία εκ των θεμελιωδέστερων αρχών της Φυσικής, την έννοια της «τοπικότητας».

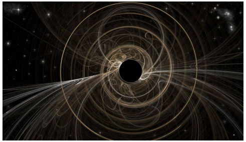
Υποενότητα 2

Η ολογραφική αρχή

Η ολογραφική αρχή

- Οι κβαντικές θεωρίες πεδίου που συναντήσαμε πιο πάνω ως το θεμέλιο λίθο του ΚΠ και της περιγραφής όλων των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων (πλην της βαρύτητας) είναι αυστηρά τοπικές θεωρίες...
- ...που σημαίνει ότι οι ιδιότητές τους σε ένα οποιοδήποτε σημείο του χώρου επηρεάζονται μόνο από από τα γειτονικά του σημεία. Έτσι και το πλήθος των αντίστοιχων βαθμών ελευθερίας είναι ανάλογο του όγκου.
- Η ολογραφική αρχή των 't Hooft και Susskind βασίζεται στην παρατήρηση ότι η δύναμη της βαρύτητας επιβάλλει ισχυρούς περιορισμούς στον αριθμό των διαθέσιμων καταστάσεων, αποκλείοντας πολλές από αυτές. Η «τοπικότητα» παύει να ισχύει και το πλήθος των βαθμών ελευθερίας είναι ανάλογο της επιφάνειας.
- Η ολογραφική αρχή είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την εξέλιξη των ιδεών για τις μελανές οπές...





- Αν η ακτινοβολία Hawking είναι 100% θερμική, τότε όλη η πληροφορία για την αρχική κατάσταση της μελανής οπής μοιάζει να χάνεται...
- Η ολογραφική αρχή προτάθηκε με στόχο την ερμηνεία του παραδόξου της πληροφορίας: η πληροφορία της μελανής οπής δεν χάνεται αλλά αποθηκεύεται ως ολόγραμμα πάνω σε ένα «ολογραφικό πέτασμα»...

Η αντιστοιχία AdS/CFT

Το πρώτο παράδειγμα ολογραφικής αντιστοιχίας διατυπώθηκε το 1997 από τον Maldacena:

Θεωρία υπερχορδών τύπου IIB στο υπόβαθρο $\text{AdS}_5 \times S^5$	$\cong$	Θεωρία $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills με ομάδα βαθμίδας $\mathfrak{su}(N_c)$

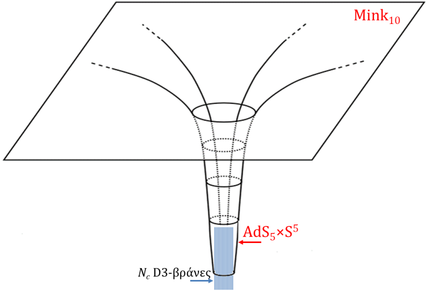
στην οποία το ρόλο της βαρυτικής θεωρίας έχει η θεωρία χορδών (σε 5+5 διαστάσεις) και το ρόλο της μη-βαρυτικής θεωρίας έχει η θεωρία $\mathcal{N} = 4$ SYM (σε 3+1 διαστάσεις).

- Η αντιστοιχία του Maldacena είναι γνωστή και ως αντιστοιχία AdS/CFT.
- Το συνθετικό anti-de Sitter (AdS) προέρχεται από βαρυτικό υπόβαθρο της θεωρίας υπερχορδών στο αριστερό μέλος.
- Η θεωρία $\mathcal{N} = 4$ SYM είναι μία σύμμορφη θεωρία πεδίου (CFT), δηλαδή εκτός από τη συμμετρία Poincaré της ειδικής σχετικότητας είναι συμμετρική και σε αλλαγές κλίμακας (οι Bateman & Cunningham, το έδειξαν για τις εξισώσεις Maxwell το 1908-09).
- Και οι δύο θεωρίες είναι υπερσυμμετρικές... Και στις δύο θεωρίες έχουν ανακαλυφθεί ολοκληρώσιμες δομές (Minahan-Zarembo, 2002, Bena-Polchinski-Roiban, 2003)...
- Η αντιστοιχία AdS/CFTείναι μια δυαδικότητα ασθενούς/ισχυρής σύζευξης: διαταρακτικοί υπολογισμοί ($\lambda \to 0$) στην μία πλευρά αντιστοιχούν σε υπολογισμούς υπό ισχυρή σύζευξη ($\lambda \to \infty$) στην άλλη πλευρά...

Η αντιστοιχία AdS_5/CFT_4

Ας δούμε εν συντομία το επιχείρημα που οδήγησε τον Maldacena στην αντιστοιχία AdS/CFT.

- Θεωρούμε 2 διαφορετικές περιγραφές του ιδίου συστήματος N_c συμπιπτουσών D3-βρανών στο όριο των χαμηλών ενεργειών...



- Οι D3-βράνες εκτείνονται κατά τις διευθύνσεις x_1, x_2, x_3...

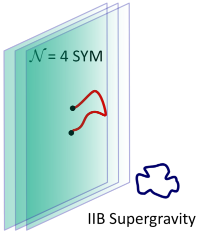
	t	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
D3	●	●	●	●						

Το σύστημα D3: περιγραφή ανοικτών χορδών

Στην *περιγραφή ανοικτών χορδών* το σύστημα αποτελείται από (1) ανοικτές χορδές που έχουν τα άκρα τους επί των N_c D3-βρανών και (2) κλειστές χορδές που διαδίδονται στον υπόλοιπο χώρο:

$$S = S_{\text{branes}} + S_{\text{bulk}} + S_{\text{interactions}},$$

όπου S_{branes} είναι η δράση της θεωρίας $\mathcal{N} = 4$, $\mathfrak{su}(N_c)$ SYM στις $3+1$ διαστάσεις (συν διορθώσεις α') και S_{bulk} η δράση της υπερβαρύτητας τύπου IIB στις 10 διαστάσεις (συν διορθώσεις α').



Σε χαμηλές ενέργειες, οι αλληλεπιδράσεις $S_{\text{interactions}}$ μπορούν να αγνοηθούν και έτσι το σύστημα πια περιλαμβάνει ελεύθερες ανοικτές και κλειστές χορδές, ή ισοδύναμα

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Περιγραφή ανοικτών χορδών} \\ \text{Όριο χαμηλών ενεργειών} \end{array} \right\} \Rightarrow \mathcal{N} = 4,\ \mathfrak{su}(N_c)\ \text{super Yang-Mills} \ + \ \text{Ελεύθερη υπερβαρύτητα τύπου IIB.}$$

Το σύστημα D3: περιγραφή κλειστών χορδών

Στην *περιγραφή κλειστών χορδών* οι N_c D3-βράνες λειτουργούν ως πηγές των πεδίων του χώρου:

$$ds^2 = H^{-1/2}\left(-dt^2 + d\mathbf{x}_3^2\right) + H^{1/2}\left(dz^2 + z^2 d\Omega_5^2\right), \quad H(z) \equiv 1 + \left(\frac{\ell}{z}\right)^4, \quad \ell^4 = 4\pi g_s N_c \ell_s^4.$$

Μακριά από τον ορίζοντα ($z \to \infty$), η παραπάνω μετρική περιγράφει τον 10-διάστατο χωρόχρονο Minkowski. Κοντά στον ορίζοντα ($z \to 0$) λαμβάνει τη μορφή της μετρικής του χώρου $\mathrm{AdS}_5 \times \mathrm{S}^5$ στο σύστημα συντεταγμένων Poincaré :

$$ds^2 = \frac{z^2}{\ell^2}\left(-dt^2 + d\mathbf{x}_3^2\right) + \frac{\ell^2}{z^2}\left(dz^2 + z^2 d\Omega_5^2\right) = \left\{\frac{z^2}{\ell^2}\left(-dt^2 + d\mathbf{x}_3^2\right) + \frac{\ell^2}{z^2} dz^2\right\} + \ell^2 d\Omega_5^2,$$

Σε χαμηλές ενέργειες, οι διεγέρσεις που ζουν μακριά από τον ορίζοντα αποσυνδέονται από τις διεγέρσεις κοντά στον ορίζοντα και έτσι πάλι το σύστημα μπορεί να γραφεί ως το άθροισμα δύο μη αλληλεπιδρώντων συστημάτων:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Περιγραφή κλειστών χορδών}\\ \text{Όριο χαμηλών ενεργειών}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{Θεωρία χορδών τύπου IIB στον } \mathrm{AdS}_5 \times \mathrm{S}^5 + \text{ Ελεύθερη υπερβαρύτητα τύπου IIB.}$$

$$\updownarrow \qquad\qquad \updownarrow \qquad\qquad \updownarrow$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Περιγραφή ανοικτών χορδών}\\ \text{Όριο χαμηλών ενεργειών}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathcal{N} = 4,\ \mathfrak{su}(N_c)\ \text{super Yang-Mills} \quad + \text{ Ελεύθερη υπερβαρύτητα τύπου IIB.}$$

Maldacena, 1997

Ολοκληρωσιμότητα!

- Μεγάλος αριθμός μη τετριμμένων τεστ από ασθενή ($\lambda \to 0$) μέχρι ισχυρή σύζευξη ($\lambda \to \infty$) επιβεβαιώνει την ισχύ της αντιστοιχίας για μεγάλες τιμές του N_c.
- Ο λεπτομερής έλεγχος της αντιστοιχίας διευκολύνεται από το γεγονός ότι και τα δύο μέρη της είναι *κλασικά ολοκληρώσιμα* για μεγάλα N_c... καθώς επίσης και την εικασία ότι είναι και *κβαντικά ολοκληρώσιμα*...
- Για παράδειγμα, το φασματικό πρόβλημα της αντιστοιχίας έχει λυθεί... όχι φυσικά υπό την έννοια της ύπαρξης κλειστής έκφρασης για το φάσμα, όπως π.χ. για τον αρμονικό ταλαντωτή ή το άτομο του υδρογόνου...

$$E_{\mathrm{HO}} = \hbar\omega\left(n - \frac{1}{2}\right), \qquad E_{\mathrm{H}} = -\frac{E_I}{n^2}, \qquad n = 1, 2, \ldots$$

- Αλλά υπό την έννοια της ύπαρξης ενός συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων

$$f\,(D, \lambda) = 0,$$

μέσω του οποίου υπολογίζονται, για όλες τις τιμές της σταθεράς σύζευξης λ, οι βαθμωτές διαστάσεις D οποιουδήποτε τοπικού τελεστή της $\mathcal{N} = 4$, SYM με συμμετρία βαθμίδας...

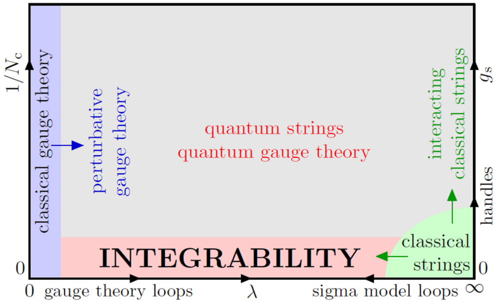
$$\mathcal{O}\,(x) = tr\left[\phi_1^{n_1}\,(x)\,\phi_2^{n_2}\,(x)\ldots\phi_3^{n_3}\,(x)\right]$$

- Σύμφωνα με το «λεξικό» της αντιστοιχίας AdS/CFT οι παραπάνω τελεστές της $\mathcal{N} = 4$, SYM είναι δυϊκοί προς καταστάσεις της θεωρίας χορδών τύπου IIB στον χώρο $\mathrm{AdS}_5 \times \mathrm{S}^5$...

Επιλυσιμότητα;

- … οι ενέργειες των κλειστών καταστάσεων χορδών στο χώρο $AdS_5 \times S^5$ αντιστοιχούν στις βαθμωτές διαστάσεις των δυϊκών τους τελεστών…
- Η παρούσα κατανόηση του φάσματος της αντιστοιχίας AdS_5/CFT_4 απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα:

Charted Territory (N. Beisert, IHES 2019)



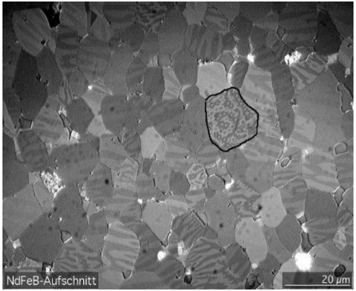
- Ιδανικά βεβαίως θα επιθυμούσαμε επίλυση της θεωρίας… όχι μόνο του φασματικού προβλήματος… όπου επίλυση σημαίνει υπολογισμό όλων των παρατηρήσιμων μεγεθών: φάσμα, συναρτήσεις συσχέτισης, πλάτη σκέδασης, αναμενόμενες τιμές βρόχων Wilson, κλπ…

Υποενότητα 3

Η ολογραφική αρχή με ατέλειες

Κίνητρο

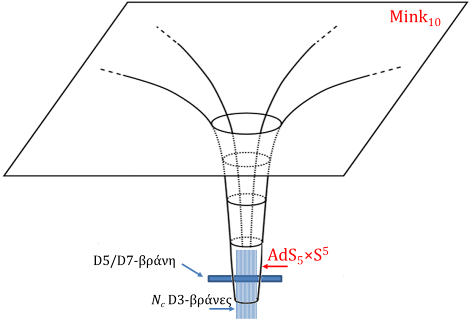
- Η αντιστοιχία AdS/CFT αποτελεί ένα εξαιρετικό εργαστήριο για τη θεωρητική φυσική, ένα είδος «αρμονικού ταλαντωτή»...
- Οι εμπλεκόμενες θεωρίες ωστόσο είναι ίσως υπερβολικά συμμετρικές/υπερσυμμετρικές και ως εκ τούτου είναι μακριά από τα συστήματα του πραγματικού κόσμου...
- Κύριο χαρακτηριστικό των πραγματικών συστημάτων είναι το πεπερασμένο μέγεθος: προσμίξεις, τοιχώματα, ατέλειες και σύνορα χωρίζουν περιοχές με διαφορετικές ιδιότητες και σπάζουν πολλές από τις υποκείμενες συμμετρίες.



- Ιδανικό θα ήταν να κρατούσαμε την ολογραφία σπάζοντας τις περισσότερες από τις συμμετρίες του συστήματος... κρατώντας ίσως την ιδιότητα της ολοκληρωσιμότητας... ολοκληρώσιμες παραμορφώσεις της αντιστοιχίας AdS/CFT... AdS/defect CFT !

Το σύστημα D3-D5/D7: γεωμετρία

Όπως είδαμε η IIB θεωρία χορδών στον $AdS_5 \times S^5$ εμφανίζεται πολύ κοντά στις N_c συμπίπτουσες D3-βράνες:

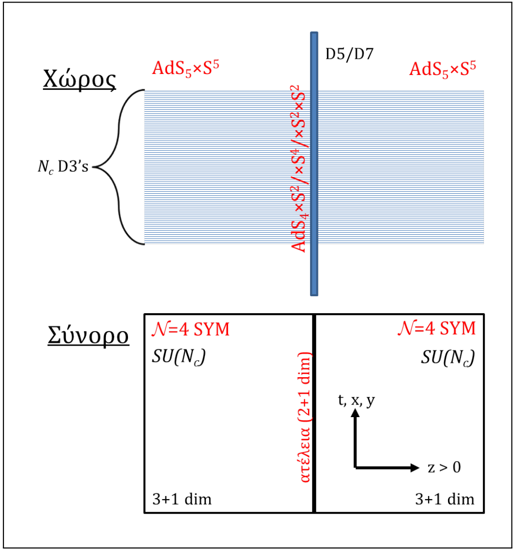


Τώρα προσθέτουμε μία (probe) D5/D7-βράνη στις θέσεις $x_3 = x_7 = x_8 = x_9 = 0$, ή $x_3 = x_9 = 0$ αντίστοιχα...

	t	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
D3	•	•	•	•						
D5	•	•	•		•	•	•			
D7	•	•	•		•	•	•	•	•	

...η γεωμετρία τους είναι $AdS_4 \times S^2$ (D5-βράνη) και $AdS_4 \times S^4$ ή $AdS_4 \times S^2 \times S^2$ (D7-βράνη)...

Το σύστημα D3-D5/D7: περιγραφή



- Στο χώρο, το σύστημα D3-D5 περιγράφεται από την IIB θεωρία χορδών στον $AdS_5\times S^5$ που τέμνεται από μία D5/D7-βράνη με γεωμετρία $AdS_4\times S^2$ (D5-βράνη) ή $AdS_4\times S^4/S^2\times S^2$ (D7-βράνη).

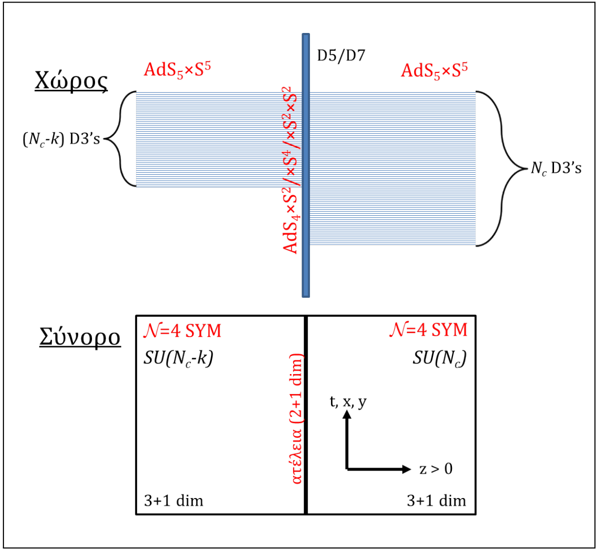
- Η δυϊκή θεωρία πεδίου παραμένει $SU(N_c)$, $\mathcal{N}=4$ SYM στις 3+1 διαστάσεις, αλλά πλέον αλληλεπιδρά με μία CFT που ζει επί της $2+1$-διάστατης ατέλειας:
$$S = S_{\mathcal{N}=4} + S_{2+1}.$$
DeWolfe-Freedman-Ooguri, 2001

- Λόγω της ατέλειας, η ολική μποζονική συμμετρία του συστήματος μειώνεται από $SO(4,2)\times SO(6)$ σε $SO(3,2)\times SO(3)\times SO(3)$ (D5-βράνη) και $SO(3,2)\times SO(5)/SO(3)\times SO(3)$ (D7-βράνη).

- Η αντίστοιχη υπεράλγεβρα $\mathfrak{psu}(2,2|4)$ γίνεται $\mathfrak{osp}(4|4)$ (D5-βράνη).

- Για την (D7-βράνη) η υπερσυμμετρία σπάει εντελώς (σχετική διάσταση βρανών, $\#\text{ND}=6$): ταχυονική αστάθεια...

Το σύστημα $(\text{D3-D5/D7})_k$



- Προσθέτουμε k μονάδες $U(1)$ ροής επί της S^2συνιστώσας της $\text{AdS}_4 \times \text{S}^2$ γεωμετρίας της D5-βράνης.
- Στην D7-βράνη προσθέτουμε $k = (n+1)(n+2)(n+3)/6$ μονάδες ινσταντονικής ροής επί της S^4 συνιστώσας της $\text{AdS}_4 \times \text{S}^4$ γεωμετρίας ή $k_{1,2}$ μονάδες $U(1)$ ροής $(k = k_1 \times k_2)$ επί των S^2 συνιστωσών της γεωμετρίας $\text{AdS}_4 \times \text{S}^2 \times \text{S}^2$ ..
- Αυτό αναγκάζει k από τις N_c D3-βράνες $(N_c \gg k)$ να τερματισθούν επί των D5/D7-βρανών.
- Το σύστημα των D7-βρανών σταθεροποιείται (Myers-Wapler, 2008) ...
- Από τη μεριά της δυϊκής SCFT , η ομάδα βαθμίδας $SU(N_c) \times SU(N_c)$ σπάει σε $SU(N_c - k) \times SU(N_c)$.
- Ισοδύναμα, τα πεδία της $\mathcal{N} = 4$ SYM αποκτούν μη μηδενικές vevs ...

(Karch-Randall, 2001)

Ενότητα 2

Εφαρμογές

Υποενότητα 1

Σύμμορφο bootstrap

Σύμμορφες θεωρίες πεδίου

- Όπως είναι γνωστό, στις σύμμορφες θεωρίες πεδίου (CFTs) η μορφή των συναρτήσεων συσχέτισης 2 και 3-σημείων ενός βαθμωτού πεδίου καθορίζεται πλήρως από τη σύμμορφη συμμετρία, ενώ όλες οι συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου είναι μηδέν:

$$\langle \phi_1(x_1) \rangle = 0 \qquad (\text{εκτός } \langle c \rangle = c)$$

$$\langle \phi_1(x_1)\, \phi_2(x_2) \rangle = \frac{C_{12}}{x_{12}^{2\Delta}}, \quad \Delta \equiv \Delta_1 = \Delta_2, \quad x_{12} \equiv |x_1 - x_2|$$

$$\langle \phi_1(x_1)\, \phi_2(x_2)\, \phi_3(x_3) \rangle = \frac{C_{123}}{x_{12}^{\Delta_1+\Delta_2-\Delta_3}\, x_{23}^{\Delta_2+\Delta_3-\Delta_1}\, x_{31}^{\Delta_3+\Delta_1-\Delta_2}},$$

- Για περισσότερα από 3 σημεία, είναι γνωστό ότι μπορούμε να κατασκευάσουμε σύμμορφα αναλλοίωτες ποσότητες (cross ratios), όπως π.χ. στην περίπτωση 4 σημείων:

$$\frac{x_{12}x_{34}}{x_{13}x_{24}} \quad \& \quad \frac{x_{12}x_{34}}{x_{14}x_{23}}.$$

- Η αντίστοιχη συνάρτηση συσχέτισης n σημείων ($n \geq 4$) θα περιέχει μια αυθαίρετη εξάρτηση από αυτές τις σύμμορφα αναλλοίωτες ποσότητες, π.χ. για $n = 4$:

$$\langle \phi_1(x_1)\, \phi_2(x_2)\, \phi_3(x_3)\, \phi_4(x_4) \rangle = f\left(\frac{x_{12}x_{34}}{x_{13}x_{24}}, \frac{x_{12}x_{34}}{x_{14}x_{23}}\right) \cdot \prod_{i<j}^{4} x_{ij}^{\Delta/3-\Delta_i-\Delta_j}, \qquad \Delta \equiv \sum_{i=1}^{4} \Delta_i.$$

Ανάπτυγμα γινομένου τελεστών (OPE)

- Εν γένει δεν χρειαζόμαστε Λαγκρανζιανή για να καθορίσουμε μία ΣΘΠ. Οι ΣΘΠ καθορίζονται πλήρως από τους τοπικούς τους τελεστές και τις συναρτήσεις συσχέτισης n σημείων αυτών:

$$\{\mathcal{O}_k(x)\} \qquad \langle \mathcal{O}_1(x_1)\,\mathcal{O}_2(x_2)\ldots\mathcal{O}_n(x_n)\rangle\,.$$

- Οι τελευταίες μπορούν να προσδιορισθούν χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα γινομένου τελεστών (OPE). Π.χ. για βαθμωτά πεδία:

$$\phi_1(x_1)\,\phi_2(x_2) = \sum_k \frac{C_{12k}}{C_{kk}} \cdot \mathcal{P}_k(x_{12}, \partial_2)\,\phi_k(x_2)\,,$$

όπου το άθροισμα τρέχει σε όλους τους βαθμωτούς τελεστές της ΣΘΠ.

- Γενικά, η συνάρτηση συσχέτισης $(n+2)$-σημείων δύναται να υπολογισθεί αναδρομικά:

$$\left\langle \phi_1(x_1)\,\phi_2(x_2)\prod_{i=3}^{n}\phi_i(x_i)\right\rangle = \sum_k \frac{C_{12k}}{C_{kk}} \cdot \mathcal{P}_k(x_{12}, \partial_2)\left\langle \phi_k(x_2)\prod_{i=3}^{n}\phi_i(x_i)\right\rangle.$$

- Εν τέλει, η ΣΘΠ καθορίζεται πλήρως από τα λεγόμενα «δεδομένα» της: $\left\{\Delta_k, \ell_k, f_k, C_{ij}, C_{ijk}\right\}$.

Σύμμορφες θεωρίες πεδίου με ατέλειες (dCFTs)

Ας θεωρήσουμε τώρα μία ΣΘΠ$_d$ με ένα σύνορο στη θέση $z = 0$, όπου $x_\mu = (z, \mathbf{x})$ (Cardy, 1984).

Η υποομάδα της d-διάστατης σύμμορφης ομάδας $SO(d+1,1)$ που αφήνει το επίπεδο $z = 0$ αναλλοίωτο περιέχει:

- $(d-1)$ διάστατες μεταθέσεις: $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{a}$
- $(d-1)$ διάστατες στροφές $SO(d-1)$
- d διάστατες rescalings $x'_\mu = \alpha\, x_\mu$ & αντιστροφές $x'_\mu = x_\mu / x^2$

Λαμβάνουμε πάλι τη σύμμορφη ομάδα στις $d-1$ διαστάσεις αυτή τη φορά, $SO(d,1)$.
Η προκύπτουσα διάταξη που περιλαμβάνει μία ΣΘΠ$_d$ με ένα σύνορο/ατέλεια συν-διάστασης 1, επί του οποίου ζει μία ΣΘΠ$_{d-1}$, είναι γνωστή ως Σύμμορφη θεωρία πεδίου με ατέλειες (dCFT).

Συναρτήσεις συσχέτισης χώρου μιας dCFT

Λόγω παρουσίας του συνόρου στη θέση $z = 0$ λαμβάνουμε αναλλοίωτες ποσότητες από 2 μόνο σημεία του χώρου:

$$\xi = \frac{x_{12}^2}{4\,|z_1|\,|z_2|} \qquad \& \qquad v^2 = \frac{\xi}{\xi+1} = \frac{x_{12}^2}{x_{12}^2 + 4\,|z_1|\,|z_2|}$$

Αυτό σημαίνει ότι οι συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου δεν είναι πλέον μηδέν και επιπλέον είναι οι μόνες ποσότητες των οποίων η μορφή καθορίζεται πλήρως από τη εναπομείνασα συμμετρία:

$$\langle \phi\,(z, \mathbf{x}) \rangle = \frac{C}{|z|^{\Delta}}$$

Οι συναρτήσεις συσχέτισης n-σημείων ($n \geq 2$) θα περιέχουν αυθαίρετη εξάρτηση από τους λόγους ξ. Π.χ. η συνάρτηση συσχέτισης 2-σημείων δύο βαθμωτών πεδίων θα είναι:

$$\langle \phi_1\,(z_1, \mathbf{x}_1)\,\phi_2\,(z_2, \mathbf{x}_2) \rangle = \frac{f_{12}\,(\xi)}{|z_1|^{\Delta_1}\,|z_2|^{\Delta_2}},$$

McAvity-Osborn, 1995

δηλαδή δεν θα μηδενίζεται αν $\Delta_1 \neq \Delta_2$. Όλες οι συναρτήσεις συσχέτισης μπορούν να προσδιορισθούν αναδρομικά.

- Οι συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου είναι οι θεμελιώδεις δομικές μονάδες των ΣΘΠ με ατέλειες (μαζί με τα δεδομένα της ΣΘΠ).

Αποτελέσματα

Μελετήσαμε τις συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου για τις ιδιοκαταστάσεις Bethe στην $SU(2)$ συμμετρική $(\text{D3-D5})_k$ dCFT και την $SO(5)$ συμμετρική $(\text{D3-D7})_k$ dCFT...

D3-D5 dCFT

- Λόγω του ότι $Q_3 \cdot |\text{MPS}\rangle = 0$, όλες οι συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου μηδενίζονται εκτός εάν οι ρίζες Bethe εμφανίζονται σε ζευγάρια:

$$\{u_{1,i}\} = \{-u_{1,i}\}, \qquad \{u_{2,i}\} = \{-u_{2,i}\}, \qquad \{u_{3,i}\} = \{-u_{3,i}\}.$$

- Στον τομέα $\mathfrak{su}(2)$, όλες οι συναρτήσεις 1-σημείου (και το κενό) μηδενίζονται αν M ή L είναι περιττό.
- Στον τομέα $\mathfrak{su}(3)$, όλες οι συναρτήσεις 1-σημείου μηδενίζονται αν (1) M περιττό ή (2) $L + N_+$ περιττό.
- Στον τομέα $\mathfrak{so}(6)$, όλες οι συναρτήσεις 1-σημείου μηδενίζονται αν (1) M περιττό ή (2) $L + N_+ + N_-$ περιττό.
- Καταφέραμε να προσδιορίσουμε μια έκφραση με ορίζουσες για τις τιμές όλων των μη τετριμμένων συναρτήσεων 1-σημείου, για όλες τις τιμές της ροής k:

$$C_k\left(\{u_j; v_j; w_j\}\right) = \mathbb{T}_{k-1}(0) \cdot \sqrt{\frac{Q_1(0)\, Q_1(i/2)\, Q_1(ik/2)\, Q_1(ik/2)}{R_2(0)\, R_2(i/2)\, R_3(0)\, R_3(i/2)} \cdot \frac{\det G^+}{\det G^-}}$$

de Leeuw-Kristjansen-ΓΛ, 2018

Αποτελέσματα

Μελετήσαμε τις συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου για τις ιδιοκαταστάσεις Bethe στην $SU(2)$ συμμετρική $(\text{D3-D5})_k$ dCFT και την $SO(5)$ συμμετρική $(\text{D3-D7})_k$ dCFT...

D3-D7 dCFT

- Λόγω του ότι $Q_3 \cdot |\text{MPS}\rangle = 0$, όλες οι συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου μηδενίζονται εκτός εάν οι ρίζες Bethe εμφανίζονται σε ζευγάρια:

$$\{u_{1,i}\} = \{-u_{1,i}\}\,, \qquad \{u_{2,i}\} = \{-u_{2,i}\}\,, \qquad \{u_{3,i}\} = \{-u_{3,i}\}\,.$$

- Εκτός του κενού, όλες οι συναρτήσεις συσχέτισης 1-σημείου μηδενίζονται στους τομείς $\mathfrak{su}(2)$ και $\mathfrak{su}(3)$.
- Στον τομέα $\mathfrak{so}(6)$ όλες οι συναρτήσεις συσχέτισης μηδενίζονται εκτός αν $N_1 = 2N_2 = 2N_3 \equiv M$ (άρτιο).
- Η συνάρτηση 1-σημείου του κενού επίσης μηδενίζεται αν $L =$ περιττό.
- Καταφέραμε να προσδιορίσουμε μια έκφραση με ορίζουσες για τις συναρτήσεις 1-σημείου όλων των ιδιοκαταστάσεων $L211$, για όλες τις τιμές της ινσταντονικής ροής n:

$$\langle \mathcal{O}_{L211} \rangle = \left[\frac{u^2}{u^2 - 1/2} \sum_{n \bmod 2}^{n} j^L \cdot \frac{(n+2)^2 - j^2}{8} \cdot \frac{[u^2 + \frac{(n+2)j+1}{4}][u^2 - \frac{(n+2)j-1}{4}]}{[u^2 + (\frac{j+1}{2})^2][u^2 + (\frac{j-1}{2})^2]} \right] \cdot \langle \mathcal{O}_{L211}^{n=1} \rangle$$

de Leeuw-Kristjansen-ΓΛ, 2016

Υποενότητα 2

Ισχυρή σύζευξη

Υποενότητα 3

Κβαντικά φαινόμενα απόσβεσης (quenches)

Υποενότητα 4

Τοπολογικά υλικά

Ευχαριστώ!

Η έρευνα χρηματοδοτείται από το Ελληνικό Ίδρυμα Έρευνας και Καινοτομίας (ΕΛΙΔΕΚ) και τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας (ΓΓΕΤ), στα πλαίσια της «1ης Προκήρυξης Ερευνητικών Έργων ΕΛΙΔΕΚ για την Ενίσχυση Μεταδιδακτόρων Ερευνητών/Ερευνητριών» (κωδικός έργου 2595).